

Eesti koolinoorte LVIII täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA KOOLIVOOR

Tallinnas, 24. novembril 2010. a.

IX klass

Lahendamiseks on aega 3 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. ülesanne

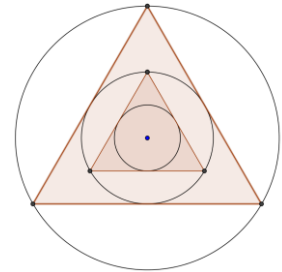
Leida ruutfunktsiooni avaldis kujul $y = ax^2 + bx + c$, kui ta graafik puudutab abtsisistelge punktis $A(4;0)$ ja läbib punkti $B(6;2)$.

2. ülesanne

Linnast A alustas sõitu linna B poole veoauto sõites ühtlase keskmise kiirusega 50 km/h. Samal ajal alustas talle vastu sõitmist linnast B sõiduauto sõites pidevalt ühtlase kiirusega. Kui nad olid sõitnud 3 tundi, oli kohtumiseni jäänud sõita veel 10 km. Kui nad olid sõitnud 4 tundi, siis olid nad teineteisest möödunud ning nende vahemaa oli 120 km. Mitu tundi sõitis veoauto linnast A linna B ja mitu tundi sõitis sõiduauto linnast B linna A?

3. ülesanne

Ringi sisse on kujundatud võrdkülgne kolmnurk, mille tipud asuvad ringjoonel. Selle kolmnurga sisse on kujundatud ring, mis puutub kolmnurga kõiki külgi. Selle ringi sisse on kujundatud võrdkülgne kolmnurk, mille tipud asuvad ringjoonel ning ka selle kolmnurga sisse on kujundatud ring, mis puutub kolmnurga kõiki külgi (vt joonist). Leida, mitme protsendi võrra on vähima ringi pindala suurima ringi pindalast väiksem.



4. ülesanne

Kaksikuteks nimetatakse kaht algarvu, millede vahe on kaks. Tõestada, et kahe mistahes kaksiku ja kolme nende vahetuks naabriks oleva naturaalarvu korrutis jagub alati arvuga 240. (Näiteks on kaksikud algarvud 3 ja 5 ning nende vahetud naabrid 2; 4 ja 6. Ning tõepoolest $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$ ja $720 : 240 = 3$)

5. ülesanne

Kaksküla saarel on kaks küla – Tõevere ja Valevere. Tõeveres elavad tõesuud, kes räägivad alati tõtt ja Valeveres valesuud, kes alati valetavad. Üks komme on neil aga ühine. Iga kodu ukse juures kasvab perepuu, milleks on kas kask või pärn või tamm. Kapten võttis saarelt kaasa 10 saareelanikku. Ta otsustas teha selgeks, mitu tõerääkijat ja mitu valetajat reisijate hulgas on. Kapten jagas reisijatele lehekese küsimusega „Kas su ukse ees kasvab kask?“ ja sai 2 jaatavat ning 8 eitavat vastust. Siis jagas ta välja küsimuse „Kas su ukse ees kasvab pärn?“ ja sai 5 jaatavat ja 5 eitavat vastust. Lõpuks küsimusele „Kas su ukse ees kasvab tamm?“ sai ta 6 jaatavat ja 4 eitavat vastust. Mitu tõesuud ja mitu valesuud oli pardal?